LA MATEMATICA PER IL FUTURO

NOZIONI BASE E UNO SGUARDO AI CONCORSI PUBBLICI

PROF. CLOTILDE BALZANO

LE PROPRIETA' DELLE 4 OPERAZIONI

ADDIZIONE PROPRIETÀ COMMUTATIVA

$$7 + 5 = 1$$

$$= \quad 2$$

$$+ \quad =$$

ADDIZIONE PROPRIETÀ ASSOCIATIVA

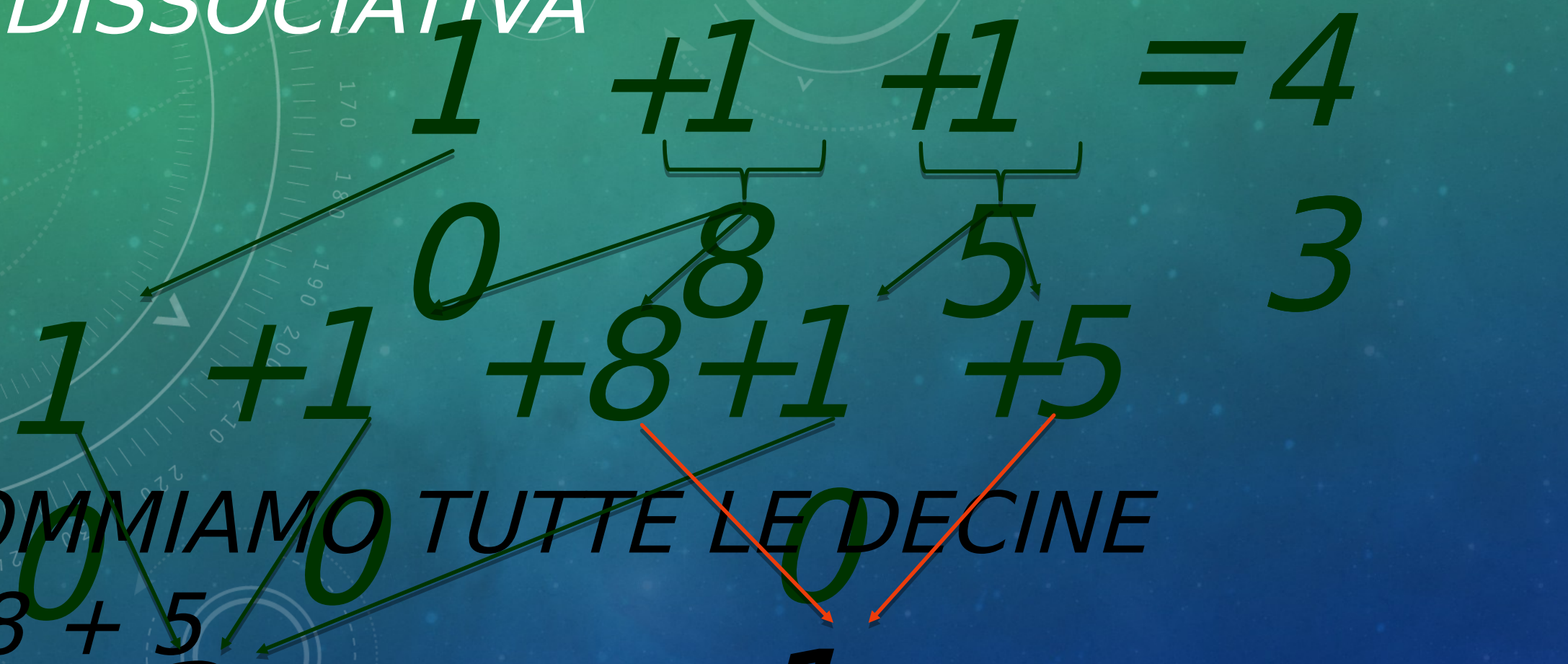
$$\underbrace{7+3}+5=1$$

$$=\quad 5$$

$$1\quad +\quad =$$

$$0$$

ADDIZIONE PROPRIETÀ DISSOCIATIVA



SOTTRAZIONE PROPRIETÀ INVARIANTIVA

$$3 - 6 = 2$$

CERCHIAMO DI RENDERLA PIÙ SEMPLICE, SOTTRAIAMO AD ENTRAMBI I TERMINI IL NUMERO 2

$$(32 - 2) - (6 - 2) = 3 - 4 = -1$$

MOLTIPLICAZIONE PROPRIETÀ COMMUTATIVA

$$7 \times 5 = 3$$

$$= \quad 5$$

$$x \quad =$$

MOLTIPLICAZIONE PROPRIETÀ ASSOCIATIVA

$$\underbrace{4 \times 5} \times 3 = 6$$

$$= 0$$

$$2 \times = 0$$

MOLTIPLICAZIONE PROPRIETÀ DISSOCIATIVA

$$\underbrace{2}_{5} \times \underbrace{1}_{2} = 30$$

$$\underbrace{2 \times 4}_{5} \times 0$$

$$10^{3} \times 0 = 3$$

MOLTIPLICAZIONE PROPRIETÀ DISTRIBUTIVA

$4 \times (5 + 2 - 4)$

RISOLVIAMO PRIMA LA PARENTESI

$4 \times 3 = 12$

PROVIAMO ORA UTILIZZANDO LA PROPRIETÀ

12

$4 \times (5 + 2 - 4) =$ $20 + 8 - 16 =$

QUESTA PROPRIETÀ RISULTA FONDAMENTALE PER IL CALCOLO LETTERALE, QUANDO NON È POSSIBILE RISOLVERE PRIMA IL CONTENUTO DELLA PARENTESI, VEDIAMONE UN ESEMPIO.

$$4a(5\,ab^2 + 2\,cd - 4yx)$$

Il contenuto della parentesi non si può ridurre ad un solo termine, poiché essi hanno le parti letterarie diverse pertanto NON si possono sommare né sottrarre, allora utilizzare la proprietà distributiva sarà obbligatorio!!!

IL RISULTATO SARÀ PERTANTO:

$$4a(5\,ab^2 + 2\,cd - 4yx)$$

$$20a^2b^2 + 8\,acd - 16ayx$$

DIVISIONE PROPRIETÀ DISTRIBUTIVA

$$(90 + 9) : 3$$

RISOLVIAMO PRIMA LA PARENTESI

$$99 : 3 = 33$$

PROVIAMO ORA UTILIZZANDO LA PROPRIETÀ

$$(90 + 9) : 30 + 3 =$$

DIVISIONE PROPRIETÀ INVARIANTIVA

$2 : 4 = 0,5$

CERCHIAMO DI RENDERLA PIÙ SEMPLICE, DIVIDIAMO ENTRAMBI I TERMINI PER IL NUMERO 2

$(20 : 2) : (4 : 2) = 1 : 2 = 0,5$

Completa le addizioni e stabilisci quale proprietà è stata applicata.

Addizione		Proprietà applicata
3 + 5 + 12 + 1 = ...	5 + 3 + 1 + 12 = ...	
21 + 5 + 12 + 4 = ...	21 + 17 + 4 = ...	
9 + 11 + 5 + 2 = ...	20 + 5 + 2 = ...	
7 + 5 + 14 = ...	5 + 14 + 7 = ...	

Esegui i calcoli applicando la proprietà commutativa.

11 + 5 + 8 = ... = ...	7 + 2 + 9 = ... = ...
2 + 4 + 3 + 9 = ... = ...	2 + 5 + 4 + 7 = ... = ...
10 + 1 + 5 + 3 = ... = ...	6 + 1 + 8 + 11 = ... = ...

Esegui i calcoli applicando la proprietà associativa.

7 + 2 + 5 = ... = ...	5 + 2 + 8 = ... = ...
1 + 9 + 2 + 6 = ... = ...	2 + 8 + 3 + 4 = ... = ...
12 + 4 + 5 + 7 = ... = ...	9 + 1 + 12 + 6 = ... = ...

Esegui mentalmente le sottrazioni date nei seguenti esercizi applicando in modo opportuno la proprietà invariantiva

56 $32 - 17 =$ ..... $35 - 19 =$ .....

57 $47 - 29 =$ ..... $63 - 27 =$ .....

58 $58 - 27 =$ ..... $72 - 49 =$ .....

59 $118 - 68 =$ ..... $238 - 39 =$ .....

60 $177 - 59 =$ ..... $359 - 49 =$ .....

Accanto a ciascuna relazione scrivi la proprietà che indica.

- $a \times (b \pm c) = (a \times b) \pm (a \times c)$ .....
- $a \times b \times c = (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ .....
- $a \times b = c \times d \times b$ con $c \times d = a$ .....

Completa le moltiplicazioni e stabilisci quale proprietà è stata applicata.

Moltiplicazione	Proprietà applicata
$5 \times 2 \times 7 = 10 \times 7 =$	
$7 \times 24 = 7 \times 6 \times 4 =$	
$(3 + 4) \times 2 = (3 \times 2) + (4 \times 2) =$	
$2 \times 7 \times 9 = 7 \times 2 \times 9 =$	

108 Esegui i calcoli applicando la proprietà commutativa.

$6 \times 7 =$ ..... $=$	$12 \times 5 =$ ..... $=$ .....
$5 \times 3 =$ ..... $=$	$11 \times 9 \times 3 =$ ..... $=$ .....
$9 \times 6 \times 2 =$ ..... $=$	$15 \times 2 \times 3 =$ ..... $=$ .....

109 Esegui i calcoli applicando la proprietà associativa.

$2 \times 5 \times 8 =$ ..... $=$	$3 \times 7 \times 5 =$ ..... $=$ .....
$4 \times 7 \times 2 =$ ..... $=$	$2 \times 8 \times 1 \times 5 =$ ..... $=$ .....
$5 \times 6 \times 9 =$ ..... $=$	$7 \times 2 \times 4 \times 3 =$ ..... $=$ .....

110 Esegui i calcoli applicando la proprietà dissociativa.

$24 \times 3 =$ ..... $=$	$12 \times 16 =$ ..... $=$ .....
$35 \times 2 =$ ..... $=$	$15 \times 21 =$ ..... $=$ .....
$9 \times 48 =$ ..... $=$	$7 \times 36 =$ ..... $=$ .....

111 Esegui i calcoli applicando la proprietà distributiva.

$(5 + 2 + 3) \times 4 =$ ..... $=$	$(12 - 2 - 5) \times 3 =$ ..... $=$ .....
$(9 - 2 - 3) \times 2 =$ ..... $=$	$(20 - 7 - 6) \times 7 =$ ..... $=$ .....
$(2 + 7 + 3) \times 5 =$ ..... $=$	$(3 + 4 + 1) \times 6 =$ ..... $=$ .....

Accanto a ciascuna relazione scrivi la proprietà che indica.

- $(a \pm b) : c = (a : c) \pm (b : c)$ ..... .
- $a : b = (a \times c) : (b \times c)$ ..... .

Completa le divisioni e stabilisci quale proprietà è stata applicata.

Divisione	Proprietà applicata
$25 : 5 = (25 \times 2) : (5 \times 2) =$	
$(9 + 12 - 3) : 6 = 18 : 6 =$	
$24 : 6 = (24 : 2) : (6 : 2) =$	
$(25 + 5 - 10) : 5 = (25 : 5) + (5 : 5) - (10 : 5) =$	

Esegui i calcoli applicando la proprietà invariantiva.

$28 : 7 =$ ..... $=$	$99 : 9 =$ ..... $=$ .....
$16 : 8 =$ ..... $=$	$27 : 3 =$ ..... $=$ .....
$32 : 2 =$ ..... $=$	$36 : 12 =$ ..... $=$ .....

Esegui i calcoli applicando la proprietà distributiva.

$(18 + 27) : 9 =$ ..... $=$	$(14 + 8 - 6) : 2 =$ ..... $=$ .....
$(35 - 25) : 5 =$ ..... $=$	$(3 + 12 - 9) : 3 =$ ..... $=$ .....
$(72 - 24 + 6) : 6 =$ ..... $=$	$(21 + 7 - 14) : 7 =$ ..... $=$ .....

239 $\{30 + 3 - [6 \times 5 + (20 + 15 : 3 - 2 \times 8) : 3] + 6\} : 2$

240 $\{[(4 \times 6 - 24 : 2) : (10 - 24 : 6) + 8] \times 7 - 28 : 2\} : 7$

241 $\{9 + 39 : 13 + [5 + 6 - (6 - 8 : 2)] + (2 + 25 : 5)\} : 4$

242 $27 \times 3 : \{30 + 14 - 5 \times [13 - 2 \times (28 : 2 - 8) + 24 : 4]\}$

243 $(9 - 5) : \{42 : 7 - [3 \times 5 - (46 : 2 + 4) : 3 - 36 : 9]\} \times 10$

244 $2 \times 2 : \{(10 \times 2 + 4) : 4 - [3 \times 5 - (6 \times 7 - 14) : 4 - 4] : 2\}$

245 $\{5 + 27 : 9 - [30 + 5 \times 3 - (18 \times 2 + 4)] + 8 + 36 : 9\} + 10$

246 $5 \times 5 - \{20 + 5 - [25 - (6 \times 5 - 24 - 1)]\} - [6 \times 7 - (42 - 20)]$

247 $\{[6 \times 8 - 11 \times 4 + (76 \times 3 - 16 : 4 + 16) : 3] : 12 + 17 \times 3 + 2\} : 5$

248 $3 \times \{(40 : 5 - 27 : 9) : 5 + 2 \times [(45 : 5 - 7 \times 9 : 21) \times 15 - 17 \times 5]\} : 11$

249 $(4 \times 6 - 5 \times 4) \times \{[(15 : 5 + 2) \times 4] : [(6 \times 8 + 2) : 10] + 4\} - 6 \times 2$

250 $12 \times \{3 \times [5 \times (10 \times 10 - 12 \times 6) - 13 \times 10] + 3 \times 4 - 3 \times 5\} : (5 \times 6 + 6)$

251 $12 + (2 + 8 \times 2) : \{18 \times 2 : [6 \times 4 : (28 : 7 + 4) + 3] - 4\} - (20 : 2 + 7)$

252 $\{[9 \times 2 + 12 : 6 - 20 : 4 \times 3] \times (5 \times 8 - 7 \times 5 - 3) : (8 - 36 : 6)\} \times 2 : 10$

253 $\{3 \times 27 : [7 \times 7 - (14 + 6) \times (40 : 10 - 2)] - 1\} \times 3 - 7 \times 4 : (3 \times 5 - 4 \times 3 + 4)$

254 $\{14 \times 3 - [3 \times 8 + (5 + 9) \times 7 - 17 \times 5]\} - [5 \times 5 + 28 \times 2 - 3 \times (19 + 8)]$

LE POTENZE

UNA SEMPLIFICAZIONE MATEMATICA

Immaginiamo di dover scrivere una serie di operazioni di questo tipo:

3 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3 = ?

NON VI SEMBRA UN PO' LUNGA???

Cerchiamo di trovare un sistema più pratico, per prima cosa ...

Contiamo quante volte il numero tre è moltiplicato per se stesso.

3 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3 x 3

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

quindi lo scriviamo sotto forma di potenza, dove la base sarà il numero 3 e l'esponente sarà 15, ed indicherà QUANTE volte la base deve essere moltiplicata per se stessa.

3^{15}

N.B.: *si legge TRE alla QUINDICESIMA e NON tre quindicesimi!!!*

L'**elevamento a potenza** è l'operazione che associa a due numeri ***a*** ed ***n***, detti rispettivamente **base** ed **esponente**, un terzo numero, detto **potenza**, che si ottiene moltiplicando la base per se stessa tante volte quante sono le unità dell'esponente.

si legge "**sette alla quarta**"

La **potenza *n*-esima** di un numero ***a*** è il prodotto di ***n* fattori** tutti uguali ad ***a***.
La potenza è un particolare prodotto, quindi anche **l'elevamento a potenza è un'operazione interna all'insieme *N***.

PROPRIETA' DELLE POTENZE

Ricorda!!!

Si possono applicare solo con *MOLTIPLICAZIONI* e *DIVISIONI*!!!!!

Inoltre: ciò che vedi *uguale*, resta *uguale* e non si modifica

BASE UGUALE

$$3^{12} \times 3^{7} = 3^{12+7}$$

La base NON si modifica ma si SOMMANO gli esponenti

$$= 3^{19}$$

$$8^{15} : 8^{7} = 8^{15-7} =$$

La base NON si modifica ma si SOTTRAGGONO gli esponenti

$$= 8^{8}$$

ESPONENTE UGUALE

$$5^{16} \times 3^{16} = (5 \times 3)^{16}$$

$$= 15^{16}$$

L'esponente NON si modifica ma si MOLTIPLICANO le basi

$$8^{7} : 2^{7} = (8:2)^{7}$$

$$= 4^{7}$$

L'esponente NON si modifica ma si DIVIDONO le basi

POTENZA DI POTENZA

$$\{[(3^2)^3]^2\}^2$$

La base è una sola, quindi NON può cambiare, mentre l'esponente sarà il risultato della moltiplicazione di tutti gli esponenti

$$\{[(3^2)^3]^2\}^2 = 3^{2\times3\times2\times2} = 3^4$$

RIASSUMEN

La potenza gode di alcune proprietà:

- il **prodotto di potenze che hanno la stessa base** è uguale a una potenza che ha per base la stessa base e come esponente la **somma** degli esponenti: $3^2 \times 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$
- il **quoziente di potenze che hanno la stessa base** è uguale a una potenza che ha per base la stessa base e come esponente la **differenza** degli esponenti: $3^5 : 3^3 = 3^{5-3} = 3^2$
- la **potenza di una potenza** è una potenza che ha per base la stessa base e come esponente il **prodotto** degli esponenti: $(4^2)^3 = 4^{2 \times 3} = 4^6$
- il **prodotto di due o più potenze aventi lo stesso esponente** è uguale a una potenza che ha per base il **prodotto** delle basi e come esponente lo **stesso** esponente: $5^2 \times 3^2 = (5 \times 3)^2$
- il **quoziente di due potenze che hanno lo stesso esponente** è uguale a una potenza che ha per base il **quoziente** delle basi e per esponente lo **stesso** esponente: $18^3 : 3^3 = (18 : 3)^3$

RICORDA: per tutti i numeri che non hanno un esponente, si sottintende 1

$56 = 56^1$

$83 = 83^1$

POTENZE PARTICOLARI

$4^1=4$;
$3^1=3$;
$256^1=256$

$7^0=1$;
$3^0=1$;
$733^0=1$

$0^n=0$;
$1^n=1$;
$10^n=1+n$ zeri

$10^5=100000$

Esaminiamo alcune potenze particolari.

- La potenza di un numero naturale qualsiasi con **esponente 1** è uguale al numero stesso: $4^1 = 4$
- La potenza di un numero naturale, diverso da zero, con **esponente 0** è uguale a 1: $7^0 = 1$
- Le potenze di 1 sono sempre **uguali a 1** qualunque sia l'esponente: $1^n = 1$
- Le potenze di 0, con esponente diverso da zero, sono **uguali a 0**: $0^n = 0$
- La potenza 0^0 **non ha alcun significato**.
- Le potenze di 10 si ottengono scrivendo 1 seguito da tanti zeri quanti ne indica l'esponente:
  $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$ ....

Completa le seguenti uguaglianze scrivendo l'esponente mancante.

16 $7^3 \times 7^{\cdots} = 7^4$ $8^{\cdots} \times 8^2 = 8^2$ $1^6 \times 1 = 1^{\cdots}$

17 $4^{\cdots} \times 4^5 = 4^8$ $5^4 \times 5^{\cdots} = 5^9$ $2^0 \times 2^6 = 2^{\cdots}$

18 $6^3 \times 6^{\cdots} \times 6^2 = 6^{10}$ $10^3 \times 10^4 \times 10^{\cdots} = 10^{13}$ $3^{\cdots} \times 3^3 \times 3^2 = 3^{11}$

19 $8^4 \times 8^2 \times 8^{\cdots} = 8^{12}$ $9^{\cdots} \times 9^4 \times 9^9 = 9^{15}$ $13^2 \times 13^0 \times 13^{\cdots} = 13^9$

20 $9^8 : 9^5 = 9^{\cdots}$ $5^9 : 5^{\cdots} = 5^3$ $8^6 : 8^{\cdots} = 8^0$

21 $4^9 : 4^{\cdots} = 4^2$ $7^{\cdots} : 7^5 = 7^8$ $3^{\cdots} : 3^0 = 3^4$

22 $6^{10} : 6^{\cdots} : 6^2 = 6^5$ $5^9 : 5^4 : 5^{\cdots} = 5^0$ $8^{\cdots} : 8^3 : 8^4 = 8^2$

23 $7^8 : 7^2 : 7^{\cdots} = 7$ $4^{\cdots} : 4^3 : 4^6 = 4^{10}$ $11^9 : 11^2 : 11^{\cdots} = 11^5$

Scrivi con una sola potenza le seguenti potenze di potenze.

24 $(8^2)^3 = 8^{2+3} = 8^5$ $(7^3)^5$ $(5^4)^4$

25 $[(7^3)^3]^3$ $[(4^4)^5]^2$ $[(6^5)^2]^6$

26 $[(9^2)^0]^3$ $[(3^2)^4]^0$ $[(2^3)^5]^2$

Esegui i calcoli indicati nei seguenti esercizi applicando le opportune proprietà.

32 $5^4 \times 5^2 =$ ..... $=$ ..... $\quad 4^3 \times 4^4 =$ ..... $=$ .....

33 $3^4 \times 3 \times 3^2 =$ ..... $=$ ..... $\quad 6^3 \times 6 \times 6^2 =$ ..... $=$ .....

34 $7^4 : 7^2 =$ ..... $=$ ..... $\quad 2^5 : 2^2 =$ ..... $=$ .....

35 $5^{12} : 5^4 : 5^3 =$ ..... $=$ ..... $\quad 7^{10} : 7^5 : 7^2 =$ ..... $=$ .....

36 $(3^2)^4 =$ ..... $=$ ..... $\quad (4^2)^6 =$ ..... $=$ .....

37 $(5^3)^2 =$ ..... $=$ ..... $\quad (6^3)^4 =$ ..... $=$ .....

38 $3^2 \times 3^2 \times 3^2 =$ ..... $=$ ..... $=$ ..... $\quad 7^3 \times 2^3 \times 2^3 =$ ..... $=$ ..... $=$ .....

39 $48^2 : 3^2 : 2^2 =$ ..... $=$ ..... $=$ ..... $\quad 60^5 : 6^5 : 5^5 =$ ..... $=$ ..... $=$ .....

Esegui i calcoli indicati nei seguenti esercizi applicando le opportune proprietà.

40 $6^2 \times 3^2 : 2^2 = (6 \times 3 : 2)^2 = 9^2 = 81$

$5^4 \times 8^4 : 4^4 = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

41 $18^4 \times 3^4 : 6^4 = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$9^7 \times 4^7 : 18^7 = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

42 $6^3 \times 2^3 : 4^3 = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$48^4 \times 3^4 : 9^4 = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

43 $72^4 : 8^4 \times 3^4 = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$25^3 : 5^3 \times 2^3 = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

44 $20^3 : 2^3 \times 3^3 = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$12^5 : 3^5 \times 2^5 = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

45 $60^3 : 3^3 \times 2^3 = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$54^2 : 9^2 \times 3^2 = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

46 $24^2 : 4^2 \times 2^2 = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$90^3 : 5^3 \times 2^3 = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

Esegui i calcoli indicati nei seguenti esercizi.

47 $(2^5 \times 2^4) : (2^2 \times 2^3)$; $(9^7 : 9^5) \times (9^{10} : 9^9)$

48 $(5^5 \times 5^4) : (5^4 \times 5^2)$; $(3^9 : 3^6) \times (3^8 : 3^5)$

49 $(6^2 \times 6^5) : (6^3 \times 6^3)$; $(7^8 : 7^4) \times (7^7 : 7^6)$

50 $(2^5 \times 2^4) : (2^2 \times 2^2 \times 2^3)$; $(11 \times 11^5 \times 11) : (11^3 \times 11^2 \times 11)$

51 $[(6^5)^2]^3 : [(3 \times 2)^6]^5$; $[(7^4)^2]^3 : [(14 : 2)^3]^7$

52 $\{[(5 \times 2)^2]^4\}^5 \times [(10^2)^4]^2 : \{[(10^3)^3]^3\}^2$

53 $[(4^3 \times 7^3 \times 3^3) \times (4^4 \times 7^4 \times 3^4)] : (4^3 \times 21^3)^2$

54 $[(2^5 \times 8^5 \times 4^5) \times (2^3 \times 8^3 \times 4^3)] : (16^2 \times 4^2)^2$

55 $[(30^5 : 2^5 : 3^5) \times (70^4 : 2^4 : 7^4)]^2 : (45^{10} : 9^{10})$

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

56 $10 + 3^5 : 3^3 - 2 + 4^2 - 5 \times 6 =$

$= 10 + \ldots\ldots - 2 + \ldots\ldots - 5 \times 6 =$

$= \ldots\ldots - 2 + \ldots\ldots - \ldots\ldots =$

$= \ldots\ldots + \ldots\ldots - \ldots\ldots = 3$

57 $2^3 + 7^2 - 6^3 : 6 - 2 \times 5$

58 $5 \times 2 + 2^3 \times 3^2 : 2^2 - 7 \times 2^2 + 2^2$

59 $5 \times 5^0 + 7^2 + 3^3 - 6^2 - 2^3 \times 5$

60 $2^3 \times 3 - 4^2 + 3^2 \times 2 - 5^2 + 2^2 \times 5$

61 $2^2 + 3 + 2^4 - 3^2 + 5^2 - 6^4 : 6^2 + 9^0$

62 $6 + 3^2 \times 5^2 - 2^6 : 2^4 - 11^5 : 11^3 - 9^2$

63 $8^2 + 57 - 6 \times 2^2 + 2^2 \times 5^0 - 7^2 + 3^4 - 9^2 - 2 \times 5^2$

64 $2^5 : 2^3 + 15^2 - 6 \times 2^3 - 10^2 - 9^2 + 5 \times 2^3$

66 $4^2 \times 3 - (5^2 \times 2 - 3^2) - 3 \times 2$

67 $5 + (8 + 4^2 - 3^2 + 5^2) : 5 - 9^0$

68 $7^2 - (4^2 + 1) \times 2 + (6^2 - 3^3) : 3 - 4^2 + 2^3$

69 $3 \times 5 + 2^2 \times (5^3 - 5^2 \times 4) : (5^2 \times 4) - 2^4$

70 $5 \times 4^2 : 4^2 + (7^2 - 7 \times 3 \times 2) \times (5^2 - 2^2 \times 6)^3 - 10$

71 $(3 \times 2 + 10 - 4)^2 : (5^2 \times 2 - 10 \times 2^3 : 2 + 2)^2$

72 $(2^2 \times 5) : (4^2 - 11) + (1 + 3 \times 2) - 3^2$

73 $(4 \times 3^2 - 8^2 : 4) : 2 - (5^2 \times 2 - 4^2 \times 5 : 8) : 5$

74 $(3^4 : 3^3 + 8^3)^0 \times 2^3 - 7^5 : 7^4 + 2 \times (3^2 - 2 \times 3)^2$

75 $7^2 : 7 : (2 \times 3 \times 2^3 - 2^5 - 3 \times 4 + 12 : 2^2)$

76 $30 + 5^2 - (4^2 + 1) \times 2 + (5^2 - 4^2) : 3^2 - (2 \times 7 - 10)^2 - 2^2$

77 $(21 + 10^2 - 5 \times 2^4 - 7 \times 4) - (5^2 \times 8 - 2^5 \times 3 - 3^3) : 11 + 2^3$

79 $[(3 + 4^2 \times 5 - 3^3) : 7]^3 : 8^2 + 2^3 - 2 \times 5$

80 $[(2^3 + 2^2 + 2) : 7]^3 : [(3^3 - 3^2 - 10) : 2]$

81 $[(3^2 \times 2 + 6) : 2^3 + 2^0] - (18 : 2 + 5^3) : 67 - 1$

82 $5^0 + [(4 \times 3^2)^2 : (2 \times 3)^3 + 12^0 - 10^2 : 5^2]$

83 $8^4 : 8^2 - 6^2 + [7 - 7^0 + (2^2 \times 2^3 - 3 \times 10)] - 3^6 : 3^5$

84 $[(5 + 3^2) : (2^2 + 3)]^3 : [6 + 15 - 13^5 : (13^2)^2]$

85 $(10 \times 3)^2 - [(5^2 + 10) : 7 \times 5^3 : 5^2 + 3^5] - (4^2 + 3^2)^2$

86 $[(6^2 - 2 \times 6) : 2^2 + 4^3 : 2 - 5 \times 2^2 + 2] : 10 + 4^2 - 5 \times 2$

87 $[(10^2 - 2^5 \times 3) \times 5 - (2 \times 5^2 + 6 - 5 \times 3^2) - 5] \times 2^3 - 5 \times 6$

88 $2 \times 5 - [2 \times 9 : 3^2 + 3^3 : (7^2 - 2^2 \times 10) - 1]^2 : 2^2 + 3^2$

89 $[3 \times 2 + 7 \times (3^2 + 5^0)] : 19 + [5 \times 6 - (4^2 + 1) + 9 - 7] : 5$

90 $2^5 : 2^3 \times [(4^3 - 3^3) + (2^2 + 2 \times 6) : 2^3 - 2^2 \times 3^2] - (3 \times 5 - 5)$

91 $[(3^3 \times 2 - 5 \times (3^3 - 2^2 \times 5) + 4 \times (2^3 - 3)^2 - 19] : (2 \times 5^2) + 2^2$

93 $(2 \times 6)^2 - \{[6 + (2^2)^3 : 2^4]^2 + (2^4 - 2^3) \times 3 + 4^8 : 4^6\} + 3^2$

94 $\{[3 \times 7 : (2^2 + 3)]^2 + (5^2)^6 : (5^4)^3\} : [(1 + 20^3 : 5^3) : 13]$

95 $5 + \{[(5^2 \times 3 - 2 \times 5^2) : 5 + 3^2] : 7 + 9 : 3\}^2 : 5 + 1$

96 $(3^3 - 3 \times 6) : 3 + \{[(4^3 - 2 \times 7 - 2 \times 10) : 10]^2 + 1\} : 5 + 4^2 - 9^0$

97 $2^4 : 2 + [3 \times 2 + (2^4 - 2^3) : 2^3 - 5] \times \{12 : 2 + [8 + (3^2 - 2)] : 5\} - 5^2$

98 $(5^3 - 2^2) : 11 + (7^{10} : 7^8 + 1) : [4 \times 11 - 3 \times (5 \times 2 - 3^2) + 2^3 + 1]$

99 $4 - \{[4^2 + 3 \times (2^5 + 2^3)] - 10^2\} : [7^3 - 2^8 \times (7 - 2)^0 - 3 \times 5^2]$

100 $4^2 : \{26 - 3 \times [3^3 - (2^4 + 2^3) : (3^2 - 3) - 2^2 \times 5] - 9\} + 3^2 + 1$

101 $2 + 3 : \{3 \times 2 - 2^3 : [2 \times 5 - 6 : (3^2 - 8)] - 2 + 1\} + (3^3 - 4^2 - 3^2)^2$

102 $\{[(5^2 \times 3 - 3^2) : 6]^4 \times [3^2 \times 7 - 2^2 \times 13]^2\} : \{[(25^3 : 5^3) - (10^2 + 7 \times 2)]^2\}^3$

103 $\{2^2 + 2 \times [1 + 3 \times (3^2 + 2^2 - 2^3) : (2 \times 6 - 3^2)] : 3\} : (3^2 - 15 : 3)$

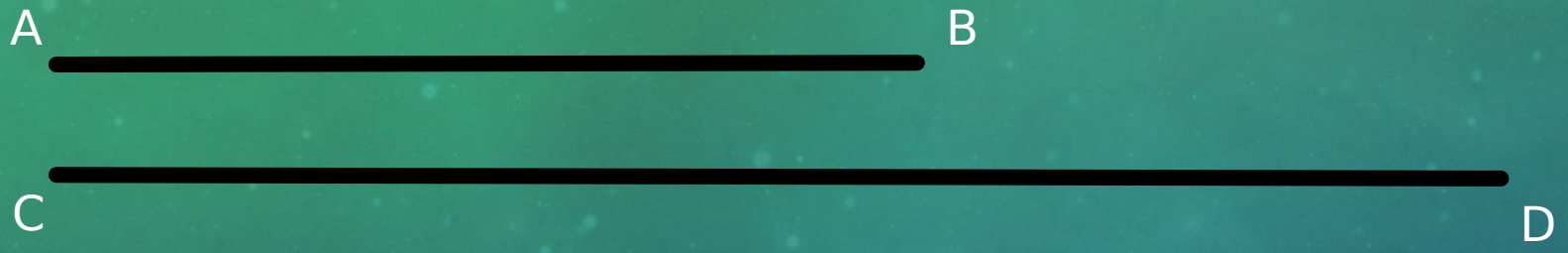
104 $2^2 \times 5^2 + 3^2 \times 2^3 : \{2^3 \times 7 + 3 \times [5 + 6 \times (2^9 : 2^8) - 17] - 2 \times 10\} - 10^2$

105 $\{2^5 + 6 - [(5 + 3)^2 - (2 \times 5 - 1 + 2^2 - 3^2)^3 + 5^2] : (9 - 4)^2 - 2^5\} \times 3 - 10$

106 $4^2 : \{2 \times 5 - [5^2 + 20 : 2 - 5 \times (10 - 3)]^2 + 12 : 2\} + 3^3 - 7 \times 2$

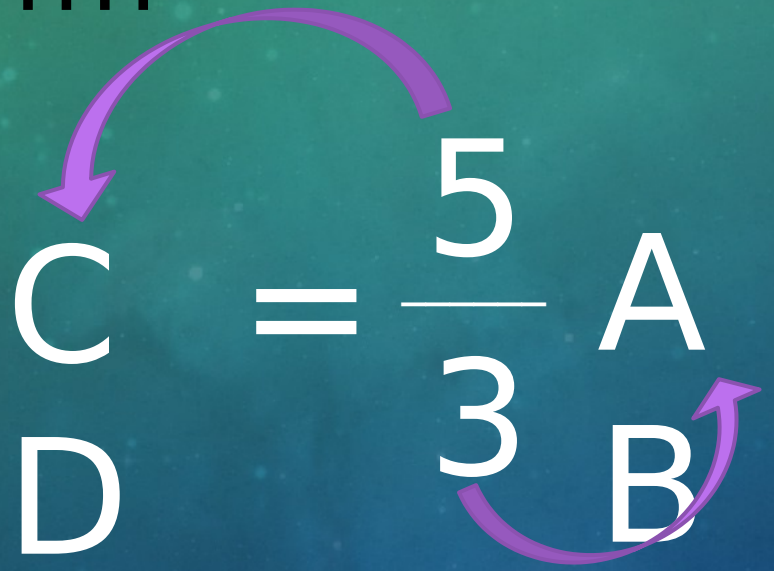
107 $\{12^4 : 3^4 - [7 \times 10 + 3 - 2 \times (3^5 - 3 \times 2^3 \times 10) - 6 \times 10]^2\} - (2^3 \times 5^2 + 1) + 2$

Problemi con risoluzione grafica



Immaginiamo di leggere il testo di un problema di questo tipo:
il segmento CD è i 5/3 del segmento AB e la loro somma è pari a 80 cm. Quanto misurano i due segmenti?

Il primo passaggio è quello di capire bene la relazione che intercorre tra i due segmenti: CD = 5/3 AB e non il contrario, ATTENZIONE ALL'ORDINE!!!!!



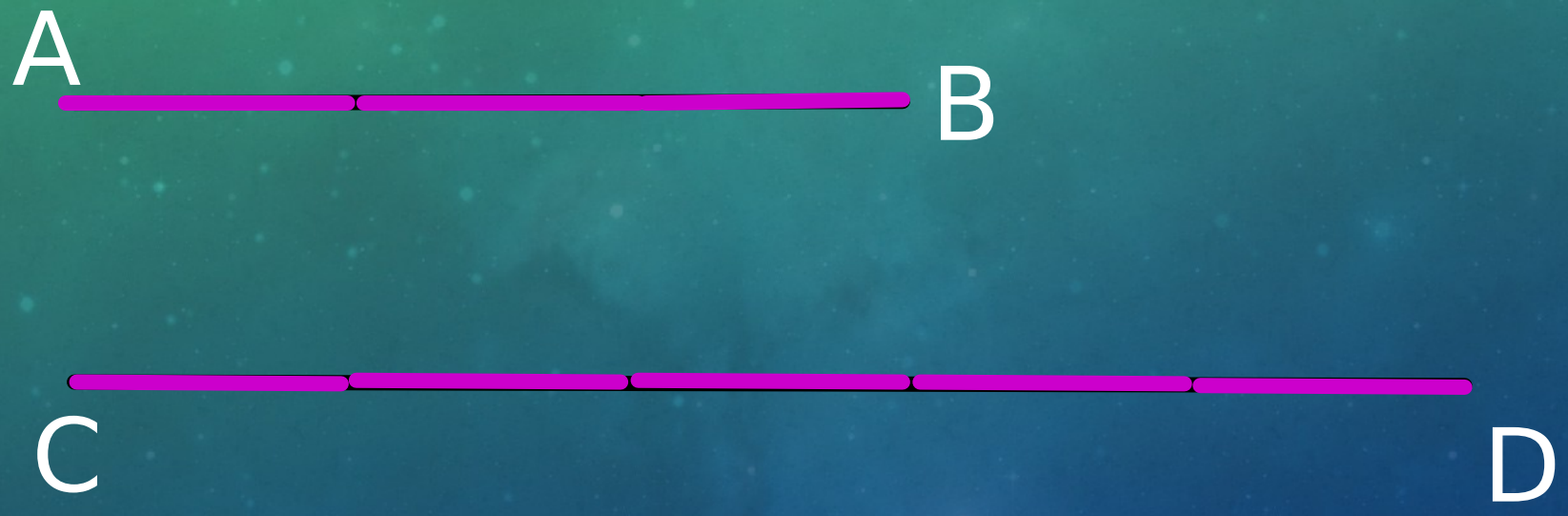
Il NUMERATORE indica le parti che compongono il primo termine, mentre il DENOMINATORE indica le parti che compongono il secondo termine ...

A = 3 parti

B

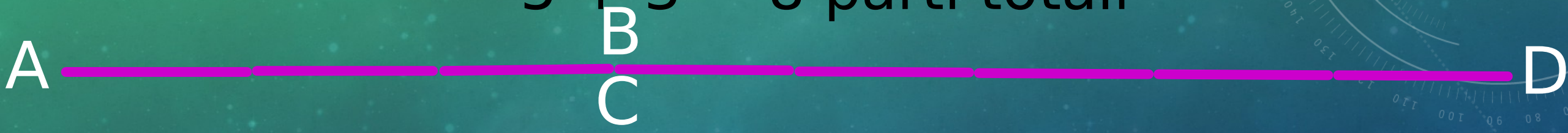
C = 5 parti

D



A questo punto, visto che conosciamo la somma, 80 cm, sommiamo le parti che compongono i due segmenti

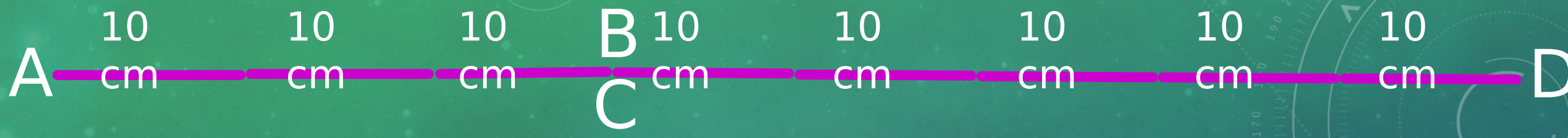
5 + 3 = 8 parti totali



Se tutte le parti insieme valgono 80 cm, dobbiamo scoprire quanto vale una singola parte.

80 : 8 = 10 cm

Ogni parte varrà 10 cm, pertanto saremo in grado di calcolare il valore dei due segmenti?



Pertanto AB sarà 10 x 3 = 30 cm e CD sarà 10 x 5 = 50 cm

Se hai dei dubbi SOMMALI!!!!! E controlla che la loro somma sia pari ad 80 cm!!!

30 + 50 = 80

cm

Ma se il testo mi indica la loro differenza????

Ad esempio mi dice che la differenza è di 10 cm.

A = 3 parti

C = 5 parti

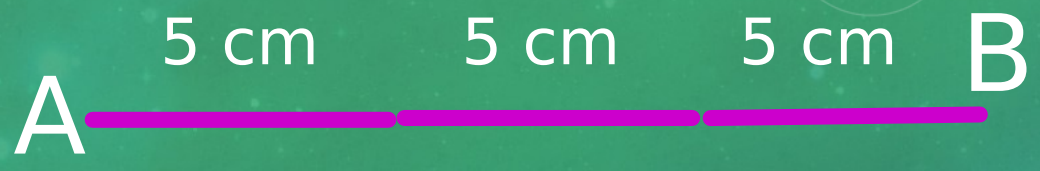
In questo caso dovrò calcolare la DIFFERENZA fra le parti, quindi 5 – 3 = 2

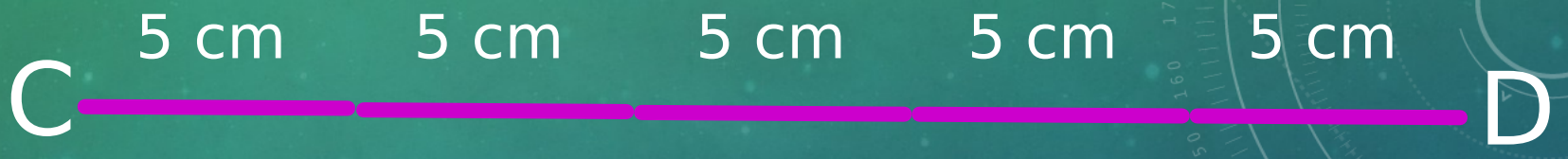
Se le due parti insieme valgono 10 cm, dobbiamo scoprire quanto vale una singola parte.

$10 : 2 = 5$ cm

Ogni parte varrà 5 cm, pertanto saremo in grado di calcolare il valore dei due segmenti?

A = 3 parti C = 5 parti



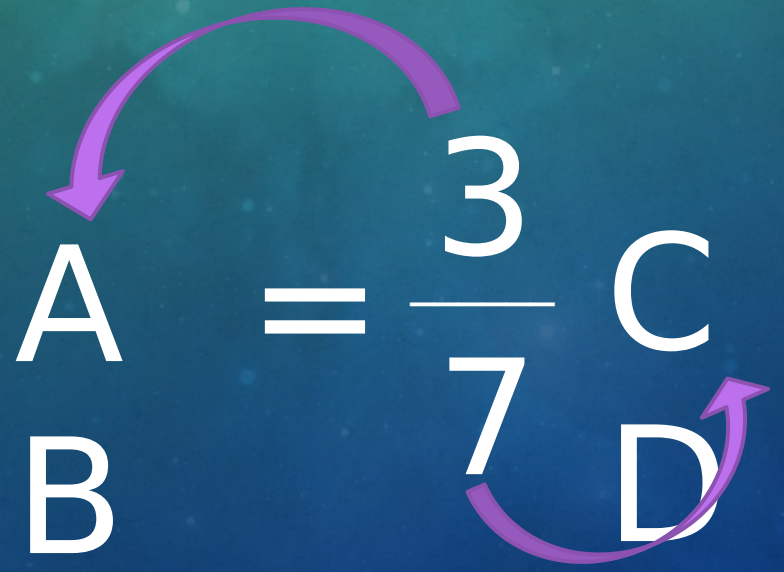


Pertanto AB sarà 5 x 3 = 15 cm e CD sarà 5 x 5 = 25 cm

Se hai dei dubbi SOTTRAI!!!!! E controlla che la loro differenza sia pari a 10 cm!!!

25 - 15 = 10

Ma se il testo ci indica il valore di un SOLO segmento? Ad esempio *«Sapendo che AB è 27 cm e che AB=3/7 CD, calcola la lunghezza dei due segmenti», allora la misura riguarda solo uno dei segmenti, quindi attento alla divisione!!! AB è formato da 3 pezzi, quindi dobbiamo dividere per 3!!!!!!*



A = 3 parti

B = 7 parti

Se TUTTO AB vale 27 cm, ed è formato da 3 parti, allora dovrò dividere per 3 pezzi per avere il valore di un pezzo solo.

27 : 3 = 9 cm

Ogni parte varrà 9 cm, visto che i pezzi sono tutti uguali, CD sarà uguale a 9 x 7 =63 cm.

INFINEEEEEEEEEEEEE ….. SE IL TESTO DI FORNISCE SIA LA SOMMA CHE LA DIFFERENZA????????????? Allora usiamo una formuletta:

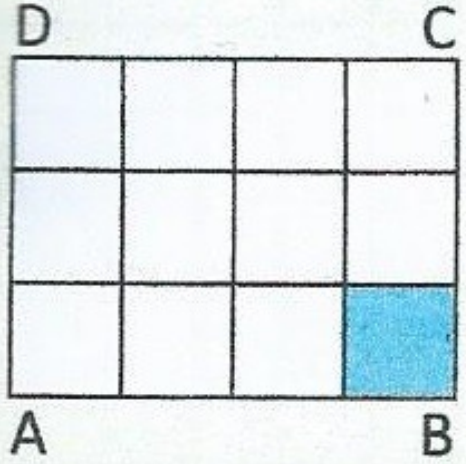
Segmento grande = (Somma + Differenza) : 2

Segmento piccolo = (Somma – Differenza) : 2

RICORDAAAAAA: c’è la parentesi perché devi prima sommare o sottrare e solo DOPO dividere per 2!!!!

AREE E RAPPORTI — RETTANGOLO

In un rettangolo l'area misura 108 cm² e l'altezza è $\frac{3}{4}$ della base. Calcola il perimetro del rettangolo.



Dati

$A = 108\ cm^2$

$\overline{BC} = \frac{3}{4}$ di $\overline{AB}$

Incognita

P?

Si suddivide il rettangolo in 12 quadratini (3 x 4 = 12).

Per calcolare la base e l'altezza si procede così:

$A_{quadratino} = (108 : 12) = 9\ cm^2$

$Lato_{quadratino} = \sqrt{9} = 3\ cm$

$\overline{BC} = 3 \times 3 = 9\ cm$

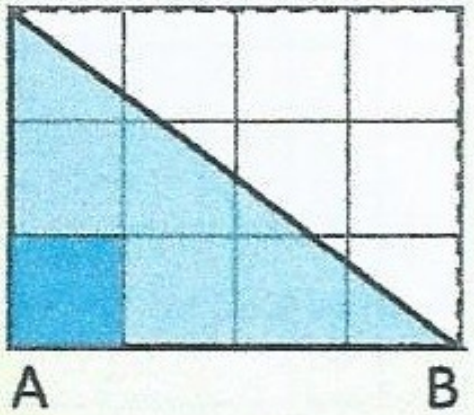
$\overline{AB} = 3 \times 4 = 12\ cm$

$P = (\overline{AB} + \overline{BC}) \times 2 =$

$P = (12 + 9) \times 2 = 42\ cm$

TRIANGOLO RETTANGOLO

In un triangolo rettangolo l'area misura 216 cm^2 e il cateto minore è $\frac{3}{4}$ del cateto maggiore. Calcola la misura dei due cateti.



Dati

$A = 216\ cm^2$

$\overline{AC} = \frac{3}{4}$ di $\overline{AB}$

Incognita

$\overline{AB}$? $\overline{AC}$?

Si considera il triangolo rettangolo come la metà di un rettangolo che ha per dimensioni i suoi cateti. Si suddivide il rettangolo in 12 quadratini (3 x 4 = 12) come sopra.

$A_{quadratino} = (216 \times 2) : 12\ cm^2 = 36\ cm^2$

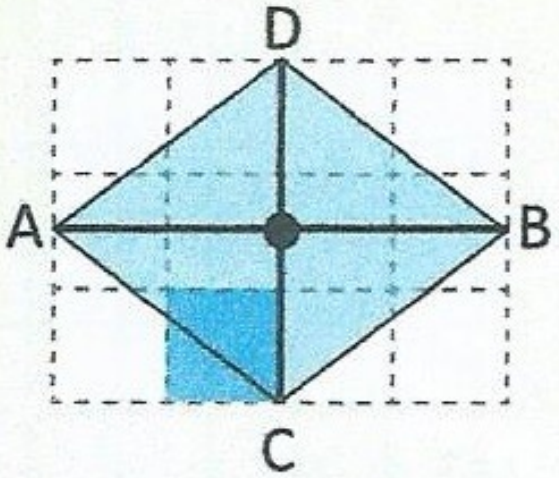
$Lato_{quadratino} = \sqrt{36} = 6\ cm$

$\overline{AB} = 6 \times 4 = 24\ cm$

$\overline{BC} = 6 \times 3 = 18\ cm$

ROMBO

L'area di un rombo misura 2400 cm^2 e la diagonale minore è $\frac{3}{4}$ della diagonale maggiore. Calcola la misura delle due diagonali.



Dati

$A = 2400\ cm^2$

$\overline{CD} = \frac{3}{4}$ di $\overline{AB}$

Incognita

$\overline{AB}$? $\overline{CD}$?

Si considera il rombo come la metà di un rettangolo che ha per dimensioni le sue diagonali.
Si suddivide il rettangolo in 12 quadratini (3 x 4 = 12) come sopra.

$A_{quadratino} = (2400 \times 2) : 12\ cm^2 = 400\ cm^2$

$Lato_{quadratino} = \sqrt{400} = 20\ cm$

$\overline{AB} = 20 \times 4 = 80\ cm$

$\overline{CD} = 20 \times 3 = 60\ cm$

Nella risoluzione di un problema può esserti utile sapere che:

Costo unitario → il costo di un oggetto

Costo totale → il costo di tutti gli oggetti

costo unitario × numero oggetti = costo totale

costo totale : numero oggetti = costo unitario

costo totale : costo unitario = numero oggetti

Spesa → soldi impiegati per un acquisto

Ricavo → soldi ottenuti nella rivendita

Guadagno → soldi realizzati togliendo la spesa

spesa + guadagno = ricavo

ricavo − guadagno = spesa

ricavo − spesa = guadagno

Peso netto → il peso di quanto è contenuto

Tara → il peso del contenitore vuoto

Peso lordo → il peso del contenitore e del contenuto

tara + peso netto = peso lordo

peso lordo − tara = peso netto

peso lordo − peso netto = tara

32 Tre sale contengono in tutto 245 quadri. La prima contiene 20 quadri in più della seconda, che contiene 15 quadri in più della terza. Quanti quadri ha ogni sala?

33 In tre scuole ci sono in tutto 263 bambini. La seconda scuola ha 15 bambini in più della prima e la terza 8 bambini in più della seconda. Quanti bambini ha ogni scuola?

34 Carlo possiede una collezione di 240 figurine di calciatori. Se il numero di figurine di calciatori che giocano in serie A supera di 46 quelle dei calciatori che giocano in serie B, quante figurine di calciatori che giocano in serie A possiede Carlo?

35 In ufficio ci sono 30 impiegati. Se gli uomini sono la metà della metà delle donne, quante sono le impiegate donne?

36 Due CD hanno 76 brani in tutto. Se togli 16 brani al primo e 20 al secondo, i due CD hanno lo stesso numero di brani. Quanti brani ha ciascun CD?

37 Alle Olimpiadi la somma degli atleti italiani arrivati primi e terzi è 56, i secondi e i terzi sono 61 e i primi e i secondi sono 59. Quanti sono rispettivamente gli atleti arrivati primi, secondi e terzi?

38 Nell'azienda del signor Saggino il numero degli operai supera quello degli impiegati di 150 persone. Se gli operai sono il quadruplo degli impiegati, quanti sono in tutto i dipendenti dell'azienda?

40 Lo zio di Francesca ha acquistato 3 gigli e 5 rose spendendo in tutto 25 euro, la zia ha invece acquistato un giglio e 5 rose spendendo 18 euro. Quanto costa un giglio e quanto una rosa?

41 Un commerciante ha venduto 3 lavastoviglie uguali e 5 aspirapolveri uguali incassando complessivamente 2 950 euro. Ha venduto il giorno dopo 3 lavastoviglie e 2 aspirapolveri uguali ai precedenti incassando questa volta 1 963 euro. Qual è il prezzo di ciascun elettrodomestico?

42 La somma delle pagine del romanzo che sta leggendo la mamma e del romanzo che sta leggendo papà è 212, quella delle pagine del romanzo che sta leggendo Maria e la mamma è 206 e quella delle pagine del romanzo di papà e di Maria è 178. Quante pagine hanno rispettivamente i romanzi che leggono mamma, papà e Maria?

43 A una festa ci sono caramelle, biscotti e cioccolatini. La somma delle caramelle e dei biscotti è 74, la somma dei cioccolatini e dei biscotti è 58, mentre la somma dei cioccolatini e delle caramelle è 70. Calcola il numero delle caramelle, dei biscotti e dei cioccolatini.

44 Nello scaffale di una profumeria ci sono smalti, rossetti e profumi. Gli smalti e i rossetti sono 35, i rossetti e i profumi sono 32, gli smalti e i profumi sono 21. Quanti sono rispettivamente gli smalti, i rossetti e i profumi?

45 Comprando un pallone e un frisbee spendo 16,50 euro, mentre comprando un frisbee e 3 palloni spendo 34,50 euro. Quanto costa un frisbee e quanto un pallone?

46 Una confezione composta da 2 poster e 6 cornici costa 55 euro, mentre una composta da 2 poster e 4 cornici costa 40 euro. Quanto costa un poster e quanto una cornice?

29 In un sacchetto ci sono 28 fra biglie e dadi. Se le biglie sono 6 in più dei dadi, quante sono le biglie e quanti i dadi?

30 Matteo e Patrizia, assieme, hanno 23 pesci e Matteo ha 7 pesci in più di Patrizia. Quanti pesci ha ciascuno?

31 In una fattoria ci sono 40 fra cavalli e mucche. Se queste superano di 14 i cavalli, quanti cavalli e quante mucche ci sono?

32 In un sacchetto ci sono 58 fra coralli naturali e sintetici. Se quelli naturali sono 16 in più di quelli sintetici, quanti sono quelli naturali e quanti quelli sintetici?

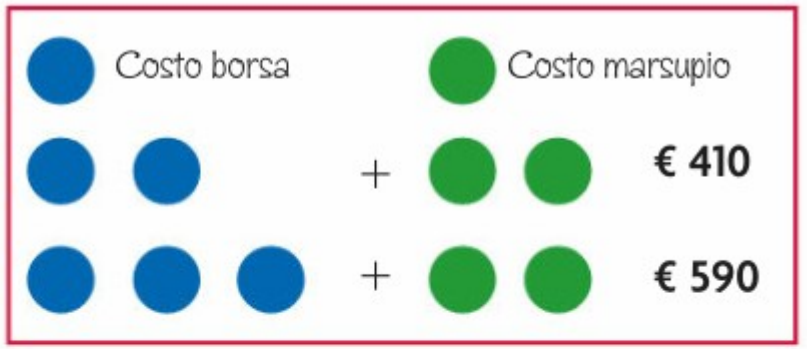
33 In una parete le foto dei figli sono 6 in meno di quelle dei genitori. Se in tutto sono 20 foto, quante sono quelle dei genitori e quante quelle dei figli?

34 Delle 26 pizze appena sfornate quelle margherita sono 8 meno di quelle farcite; quante sono le pizze di ciascun tipo?

35 Dei 24 aperitivi serviti a una festa quelli alcolici sono stati 10 in meno di quelli analcolici; quanti sono stati gli aperitivi di ciascun tipo?

36 In un museo ci sono 18 ragazzi in più degli adulti e tutti sono 54; quanti adulti e quanti ragazzi ci sono?

37 A un centro commerciale per 2 borse e 2 marsupi la mamma ha speso 410 euro; la zia invece per 3 borse e 2 marsupi ha speso 590 euro. Quanto costa una borsa e quanto un marsupio?



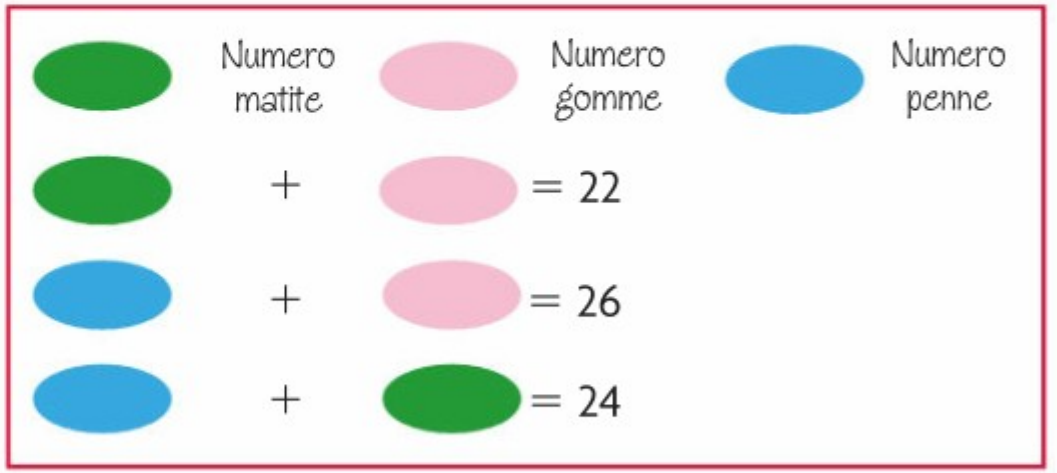
38 Comprando uno spremiagrumi e un frullatore spendo 63 euro, mentre comprando uno spremiagrumi e 3 frullatori spendo 133 euro. Quanto costa uno spremiagrumi e quanto un frullatore?

39 Il signor Matteo acquista 3 camicie e 2 pantaloni spendendo 300 euro, il signor Paolo acquista 5 camicie e 6 pantaloni uguali spendendo 700 euro. Quanto costa una camicia e quanto un pantalone?

40 Comprando un pacco di pasta e un barattolo di funghi spendo 3 euro, mentre comprando un pacco di pasta e tre barattoli di funghi spendo 7,20 euro. Quanto costa un pacco di pasta e quanto un barattolo di funghi?

41 Un tavolo e 4 poltroncine costano 380 euro, mentre lo stesso tavolo con 6 poltroncine costa 500 euro. Quanto costa il tavolo e quanto una poltroncina?

42 In un cassetto ci sono matite, gomme e penne. Le matite e le gomme sono 22, le penne e le gomme sono 26, mentre le penne e le matite sono 24. Quante sono le matite, quante le gomme e quante le penne?



43 In un ripostiglio ci sono scarpe, borse e vestiti. Le scarpe e le borse sono 16, le scarpe e i vestiti sono 26, le borse e i vestiti sono 22. Quante scarpe, borse e vestiti ci sono in quel ripostiglio?

14 A una mostra canina partecipano 22 cani. Se il numero dei cani di taglia piccola fosse il triplo e quello dei cani di taglia grande fosse il quadruplo, i cani sarebbero 84. Quanti sono i cani di taglia piccola e quanti di taglia grande?

15 Quattro amici hanno in totale 151 euro. Sapendo che il primo amico ha 12 euro in più del secondo, che il secondo supera di 4 euro il doppio dei soldi del terzo amico e che questo ha 7 euro più del quarto, calcola quanto ha ciascun amico.

16 Per acquistare 3 CD e 2 videogame Aldo ha speso 139 euro, mentre Paolo per acquistare 3 CD e 5 videogame uguali ha speso 262 euro. Quanto costano rispettivamente un CD e un videogame?

17 Un negoziante di giocattoli ha ricevuto la merce ordinata e osserva che ha acquistato:

- bambole e trenini per un totale di 38 pezzi;
- trenini e peluche per un totale di 35 pezzi;
- bambole e peluche per un totale di 33 pezzi.

Quante bambole, trenini e peluche ha acquistato? Se ha pagato ogni bambola 9,50 euro, ogni trenino 12 euro e ogni peluche 13,50 euro, quanto ha speso complessivamente?

18 Per acquistare 2 sciarpe e 3 paia di guanti Simona ha speso 87 euro, Francesca per acquistare 3 sciarpe e 2 paia di guanti dello stesso tipo ha invece speso 78 euro. Quanto costa una sciarpa e quanto un paio di guanti?

UN'OCCHIATA A DIVISORI &

Dati due numeri naturali *a* e *b*, se la divisione **a : b** ha **quoziente esatto** o **resto 0**, si dice che **a è divisibile per b** e quindi che **b è un divisore di a**.

- il numero **1** è divisore di tutti i numeri
- i divisori sono tutti **minori** o, al più, **uguali** al numero stesso
- l'insieme dei divisori è un **insieme finito**

divisori di **10**: 1; 2; 5; 10
divisori di **15**: 1; 3; 5; 15
divisori di **18**: 1; 2; 3; 6; 9; 18

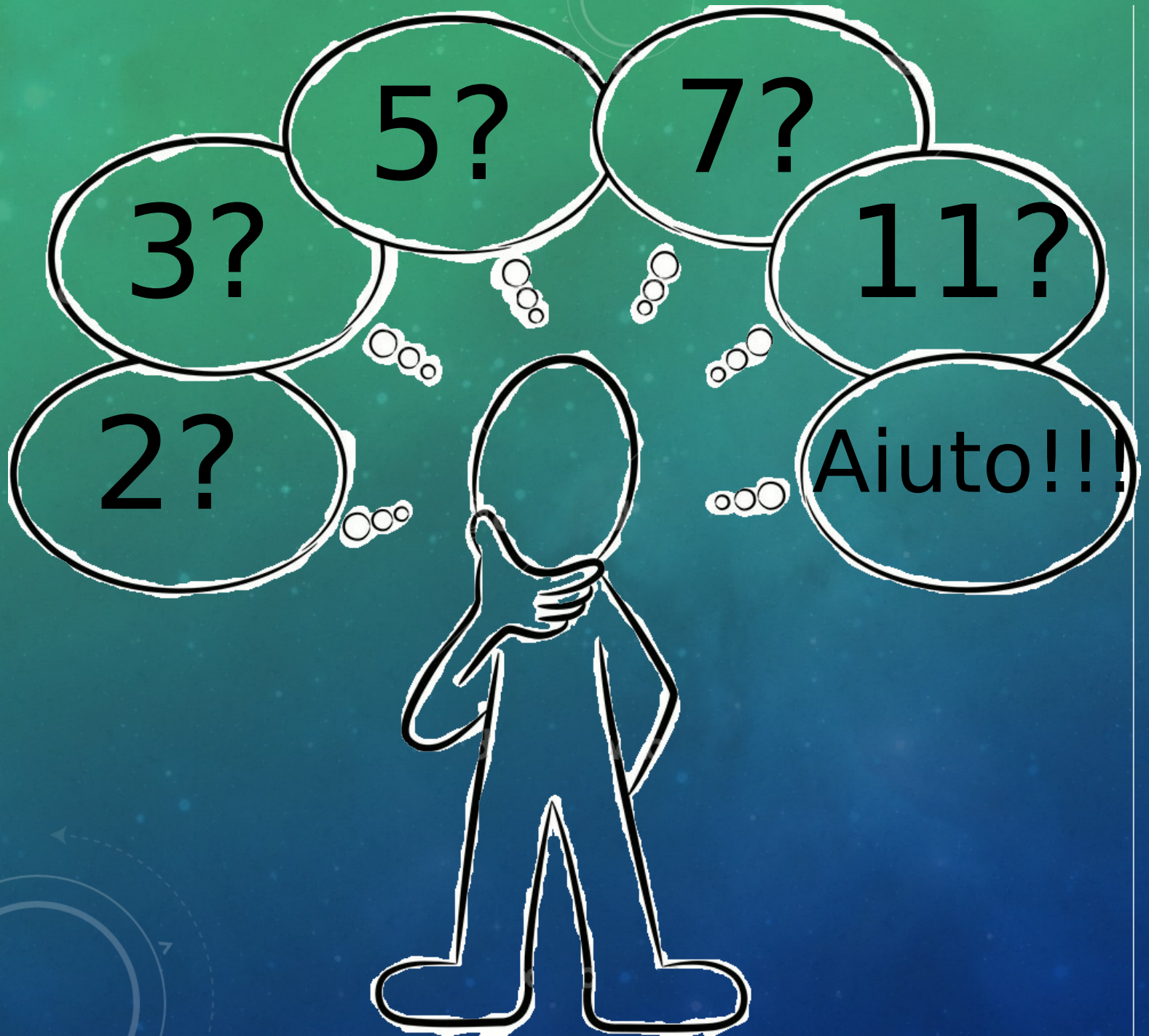
Tutti i divisori di un numero **a**, diverso da zero, formano l'insieme dei divisori di *a* che si indica con **D(a)**:

D(6) = {1; 2; 3; 6}
D(10) = {1; 2; 5; 10}
D(21) = {1; 3; 7; 21}

Dato un numero naturale *a*, si dicono **multipli** di *a* tutti i prodotti di *a* per la successione dei numeri naturali: multipli di *a* → **0*a*, 1*a*, 2*a*, 3*a*, 4*a*, ...**

I multipli di un numero sono **infiniti** in quanto ottenuti moltiplicando il numero per tutti i numeri naturali che sono infiniti.
Tutti i multipli di un numero ***a***, diverso da zero, formano l'insieme dei multipli di *a* che si indica con **M(*a*)**:

$M(3) = \{0; 3; 6; 9; ...\}$
$M(4) = \{0; 4; 8; 12; ...\}$
$M(7) = \{0; 7; 14; 21; ...\}$



LA DIVISIBILITA'

8625

Per che cosa sarà mai divisibile??????
??????????????

NON E’ IL CASO DI PROCEDERE A CASO FACENDO DIVISIONI INFINITE …… ABBIAMO DELLE SCORCIATOIE CHE CI AIUTANO!!!!!

Se il numero è pari, allora dividilo per 2!!!!!!!!!

Per saperlo, guarda l’ultima cifra!!!

138 8

infatti 138 : 2 = $\overline{69}$

Ma se il numero è dispari???

Proviamo a scoprire se è divisibile

PER SCOPRIRLO DOBBIAMO SOMMARE TUTTE LE CIFRE E VEDERE SE IL RISULTATO E' UN NUMERO CHE TROVIAMO NELLA TABELLINA DEL 3

Es. il numero

71253

sommiamo le

$7 + 1 + 2 + 5 + 3 = 18$ cifre

il 18 compare nella tabellina quindi sarà divisibile per tre, proviamo!!!

infatti 71253 : 3 =

Ma ci sono dei numeri bellini bellini … che terminano per ZERO o per CINQUE!!!

Es. il numero 40˙510 oppure 385 sommiamo le cifre, questi numeri possono essere divisi per 5 e così diventano subito più piccolini!!

infatti 40˙510 : 5 =

8˙102

e 385 : 5 =

Questi sono i più importanti … ma ricorda anche che…

Esistono dei criteri, detti **criteri di divisibilità**, mediante i quali è possibile stabilire, senza eseguire la divisione, se un numero è divisibile per un altro.
Un numero è divisibile per:

- **2** se è pari, cioè se è pari (0, 2, 4, 6 e 8) la cifra delle unità → 10 88 96 124
- **3** se la somma di tutte le cifre è multiplo di 3 → 27 78 108 129
- **4** se le ultime due cifre a destra sono due zeri o un numero multiplo di 4 → 124 316 532 728
- **5** se la cifra delle unità è 0 o 5 → 65 210 630 915
- **9** se la somma di tutte le cifre è divisibile per 9 → 126 306 450 702
- **11** se la differenza tra la somma delle cifre di posto dispari e quella di posto pari (o viceversa) è 0 o un multiplo di 11 → 209 275 847 1727
- **25** se le ultime due cifre a destra sono due zeri o formano un numero multiplo di 25 → 200 375 800 1750
- **10, 100, 1000, …** se termina con uno, due, tre, … zeri → 40, 70, … 400, 600, … 3000, 9000, …..

Hai fatto tutti i tentativi possibili ma il tuo numero non si divide per nessuno??? Hai controllato che non sia un numero PR

- Un numero naturale si dice **primo** se è divisibile solo per 1 e per se stesso.

$D(7) = \{1; 7\}$ $D(13) = \{1; 13\}$

- Un numero naturale si dice **composto** se, oltre a 1 e se stesso, ha altri divisori.

$D(8) = \{1; 2; 4; 8\}$ $D(10) = \{1; 2; 5; 10\}$

Ricorda:

- lo **0** è divisibile per qualsiasi numero e quindi non è un numero primo;
- l'**1** ha come divisori 1 e se stesso che è ancora 1: esso ha in pratica un solo divisore e quindi non è considerato un numero primo;
- il **2**, che è un numero primo, è l'unico numero primo pari, tutti gli altri sono infatti dispari.

4 Completa la tabella.

	È divisibile per:						
	2	4	5	3	9	10	25
15	NO	NO	SÌ	SÌ	NO	NO	NO
24							
30							
35							
42							
45							
50							
60							
75							
80							
100							

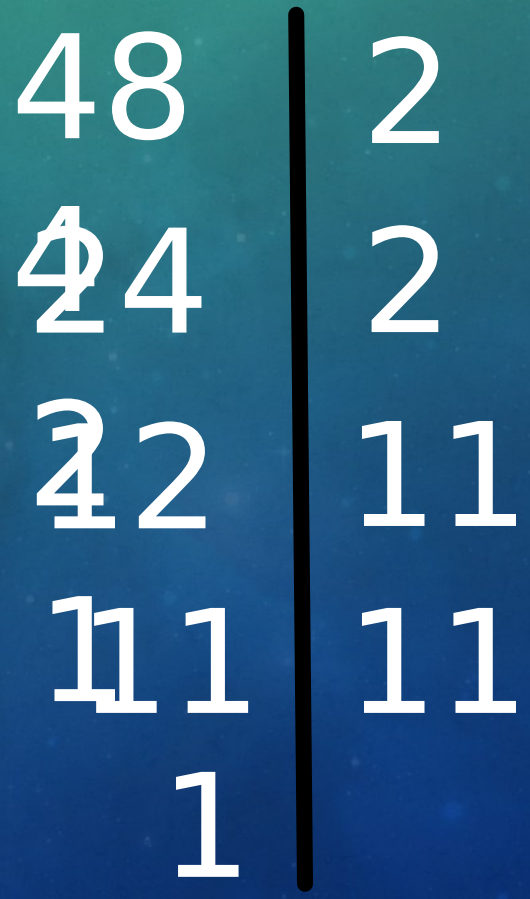
Impariamo allora a scomporre un numero nei fattori primi che lo compongono, in pratica dobbiamo scoprire quali e quanti numeri primi dobbiamo moltiplicare fra di loro per avere il numero di partenza … troppe parole … proviamo!!

Scomponiamo il numero 484

Per farlo, almeno per i primi tempi, ci sarà utile avere a portata di mano l'elenco dei primi numeri primi

…

2
3
5
7
11
13
17
…



A destra scrivo i divisori che utilizzo, mentre a sinistra i risultati delle divisioni, fino a quando non arrivo ad avere come risultato 1

484 = 2x2x11x11 = $2^2 \times 11^2$

Un numero composto si può sempre scrivere come il prodotto di fattori primi, ovvero si può sempre **scomporre in fattori primi**.

Per **scomporre in fattori primi** un numero:

- lo si divide per il più piccolo numero primo che sia suo divisore;
- si divide quindi il quoziente ottenuto per il più piccolo numero primo che sia suo divisore;
- e così via fino ad avere come quoziente il numero 1.

Il numero dato sarà uguale al **prodotto di tutti i numeri primi** scritti alla sua destra come divisori.

378	2
189	3
63	3
21	3
7	7
1	

$$378 = 2 \times 3^3 \times 7$$

TRUCCHETTO …. SE IL NUMERO TERMINA CON DEGLI ZERI, SAREBBE COMODO POTERLO DIVIDERE PER 10, 100, 1000 … COSI’ DIVERREBBE PIU’ PICCOLO, MA QUESTI NON SONO NUMERI PRIMI … COME SI FA???

TRASFORMIAMO … AD ESEMPIO … 10 SI PUO’ SCRIVERE COME 2 X 5, E SONO TUTTI E DUE DEI NUMERI PRIMI QUINDI …

PRENDIAMO AD ESEMPIO IL NUMERO 200 e dividiamolo per 10 e poi di nuovo per 10

200	2x5
20	2x5
2	2
1	

Siamo stati velocissimi e possiamo dire che

$200 = 2^3 \times 5^2$

Completa le scomposizioni date nei seguenti esercizi.

57

120	2
.....	.....
.....	.....
15	.....
.....	.....
.....	

120 = ...

156	2
.....	.....
.....	.....
13	.....
.....	

156 = ...

58

148	.....
74	.....
.....	.....
1	

148 = ...

125	5
.....	.....
5	.....
1	

125 = ...

59

216	.....
.....	.....
.....	.....
.....	3
.....	.....
.....	3
.....	

216 = ...

160	2
.....	.....
.....	.....
.....	.....
10	.....
.....	.....
1	

160 = ...

60

138	.....
.....	.....
.....	23
.....	

138 = ...

148	.....
.....	.....
.....	.....
1	

148 = ...

Scomponi in fattori primi i numeri dati nei seguenti esercizi.

61 96; 156; 90; 126
105; 234; 280; 426

62 516; 798; 756; 810
642; 765; 840; 885

63 450; 354; 465; 650
672; 544; 675; 896

64 2 040; 1 320; 1 050
1 890; 2 512; 3 240

65 2 240; 3 135; 3 630
4 320; 3 375; 4 200

66 6 210; 7 760; 5 292
5 730; 5 148; 5 550

67 10 890; 18 513; 39 600
23 760; 45 570; 31 752

68 26 952; 32 400; 32 928
18 375; 28 224; 34 272

69 44 528; 49 500; 59 400
48 384; 41 760; 52 416

70 60 225; 35 904; 40 233
29 484; 24 436; 57 375

Mediante la scomposizione in fattori primi è possibile individuare la divisibilità fra due numeri qualsiasi senza eseguirne la divisione con un procedimento detto **criterio generale di divisibilità**.

Secondo tale **criterio**:

- due numeri sono divisibili se, scomposti in fattori primi, nel dividendo compaiono almeno tutti i fattori del divisore con esponente maggiore o uguale a quello con cui compaiono nel divisore;
- il quoziente di due numeri divisibili, scomposti in fattori primi, è dato dal prodotto di tutti i fattori del dividendo aventi come esponente la differenza degli esponenti con cui questi fattori compaiono nel dividendo e nel divisore.

$5\,400 : 72 = 75$

5 400	2
2 700	2
1 350	2
675	3
225	3
75	3
25	5
5	5
1	

72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

75	3
25	5
5	5
1	

$5\,400 = 2^3 \times 3^3 \times 5^2$

$72 = 2^3 \times 3^2$

$75 = 3 \times 5^2$

Nei seguenti esercizi, applicando il criterio generale di divisibilità, individua se il primo numero di ogni coppia assegnata è divisibile per il secondo.

76

1° numero	2° numero	1° numero divisibile per il 2°
450	60	
672	28	
756	36	

77

1° numero	2° numero	1° numero divisibile per il 2°
300	12	
630	35	
250	30	

78

1° numero	2° numero	1° numero divisibile per il 2°
420	35	
231	22	
216	84	

79

1° numero	2° numero	1° numero divisibile per il 2°
3 224	248	
1 400	112	
2 170	155	

Mediante la scomposizione in fattori primi calcola il quoziente delle seguenti divisioni.

80 $520 : 20 = (2^3 \times 5 \times 13) : (2^2 \times 5) =$
$= (2^3 \times 13) : 2^2 = 26$

$192 : 12 =$ ..... $=$
$=$ .....

81 $770 : 14 =$ ..... $=$
$=$ .....

$680 : 20 =$ ..... $=$
$=$ .....

82 $882 : 14 =$ .....
$=$ .....

$756 : 54 =$ .....
$=$ .....

83 $1\,392 : 24 =$ .....
$=$ .....

$7\,168 : 224 =$ .....
$=$ .....

Applicando il criterio generale di divisibilità, calcola il quoziente delle divisioni date nei seguenti esercizi.

84 392 : 14 450 : 25

85 1 638 : 42 1 680 : 48

86 1 944 : 24 3 484 : 26

87 3 596 : 62 2 925 : 45

88 3 630 : 55 1 728 : 36

89 1 836 : 51 6 392 : 68

90 4 250 : 125 6 528 : 102

91 6 032 : 232 6 528 : 136

92 5 550 : 222 6 210 : 270

93 7 500 : 150 6 500 : 260

94 1 296 : 162 5 880 : 147

95 4 824 : 134 5 880 : 105

96 11 712 : 122 11 500 : 250

97 25 235 : 245 15 190 : 310

98 32 508 : 516 18 225 : 135

99 11 875 : 125 26 240 : 410

100 36 036 : 462 32 340 : 660

101 51 030 : 630 20 625 : 375

Utilizzando i concetti di divisibilità, divisori e multipli, risolvi i seguenti problemi (segui il ragionamento fatto per la risoluzione del primo problema).

9 Il numero di caramelle contenute in un sacchetto è minore di 90 ed è divisibile per 2 e per 7. Sapendo che dividendo tale numero per 5 si ottiene come resto 1, calcola il numero delle caramelle.

Se il numero da calcolare è minore di 90 e divisibile per 2 e per 7, deve essere contemporaneamente un multiplo sia di 2 che di 7, ovvero un multiplo di $2 \times 7 = 14$ che non superi 90. Scriviamo i multipli di 14 inferiori a 90: 14, 28, 42, 56, 70, 84.
Quali fra questi multipli diviso per 5 dà come resto 1? 56.
Nel sacchetto sono contenute 56 caramelle.

10 Il numero di ragazzi in una palestra è minore di 130 e maggiore di 50 ed è divisibile per 4 e per 7. Sapendo che dividendo tale numero per 8 si ottiene come resto 4, calcola il numero di ragazzi.

11 Il numero di quadri in un museo è minore di 200 ed è divisibile per 9 e per 11. Sapendo che dividendo tale numero per 4 si ottiene come resto 2, calcola il numero di quadri.

12 Il numero di dolci in una pasticceria è minore di 250 ed è divisibile per 5 e per 8. Sapendo che dividendo tale numero per 9 si ottiene come resto 6, calcola il numero di dolci nella pasticceria.

13 Il numero di chilometri da percorrere è minore di 700 ed è divisibile per 11 e per 13. Sapendo che dividendo tale numero per 25 si ottiene come resto un multiplo di 3, calcola il numero di chilometri da percorrere.

14 Elena ha acquistato tre pacchetti di caramelle che adesso vuole sistemare in alcuni vassoi. Se le divide in parti uguali in tre vassoi non ne avanza alcuna, se invece le divide sempre in parti uguali in cinque vassoi ne avanzano 4. Quante caramelle contengono complessivamente i tre pacchetti se sono più di 30 e meno di 50?

15 Un gruppo di 36 ragazzi, in gita a Firenze, viene alloggiato in un albergo che propone loro di sistemarsi in stanze da 2, da 3 e da 4 posti letto. Quante stanze verrebbero occupate se tutti scegliessero la stanza da 3 posti letto? E se scegliessero la stanza da 4 posti letto?

16 Tutti i partecipanti al corso di nuoto sono stati divisi in 5 gruppi di 8 persone ciascuno. Poiché viene deciso di ridurre i gruppi e vengono formati 4 gruppi, quante persone ci sono adesso in ogni gruppo?

17 Il numero di SMS presenti nel cellulare di Antonio è minore di 50 ed è divisibile per 3 e per 7. Sapendo che dividendo tale numero per 5 si ottiene come resto 2, calcola il numero di SMS presenti nel cellulare di Antonio.

18 I pennarelli contenuti nell'astuccio di Elena sono in numero inferiore a 300. Dividendo questo numero per 4, per 5, per 7 o per 8, si ottiene come resto sempre 1.
Quanti sono questi pennarelli?

19 Simone sta sistemando i suoi libri che sono un numero compreso fra 20 e 30 e osserva che può disporli, senza che ne avanzi alcuno, in gruppi di 2, di 3 o di 4. Quanti libri ha Simone?

20 Il signor Paolo, un barista un po' distratto, si sta chiedendo quanti caffè avrà potuto preparare in tutta la giornata. Il cassiere che sta controllando gli scontrini gli dice: "Ne hai preparati più di 500 e meno di 600, se li avessi preparati in gruppi di 10, o di 9, o di 12, ne avresti dovuti preparare altri 7". Quanti caffè ha preparato il signor Paolo?

21 Quale dei cinque numeri a fianco è il numero di telefono di questi simpatici ragazzi? Leggi quello che dice ciascuno di loro e individua il rispettivo numero di telefono.

25 116 **71 334**
52 424 **43 117**
13 244